



A prova deve ser escrita à mão, fotografada e submetida via moodle.

**Questão 1 - (4,0 pontos)** Marque V ou F para as questões abaixo. Justifique sua resposta:

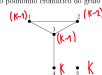
- a) ☒ A quantidade de árvores de espalhamento orientadas que podemos formar a partir de uma árvore com  $n$  vértices é  $2^n$ .
- b) ☒ Todo pseudografo com dois ou mais vértices tem pelo menos dois vértices de mesmo grau.
- c) ☒ Todo grafo simples conexo pode ser transformado em um digrafo fortemente conexo.
- d) ☒ Existe pelo menos um grafo completo com  $n \geq 100$  vértices que é planar.
- e) ☒ Existem árvores com diâmetros maiores ou iguais a 50 que possuem número cromático maior ou igual a 3.
- f) ☒ Um clique  $W$  em um grafo  $G$  indica que o número cromático do complemento de  $G$  é no máximo  $|W|$  ou tamanho de  $W$ .
- g) ☒ Todo hiptrefo é um grafo regular.
- h) ☒ Se as faces de um grafo conexo planar  $G$  tiverem grau par então podemos afirmar que o grau de  $G$  é  $2$ .

**Questão 2** - (1,0 pontos) Quantos vértices e quantas arestas possui um grafo k-cubo  $Q_k$ ?

**Questão 3** - (1,0 ponto) Dada uma árvore com  $n$  vértices distintos ( $n \geq 10$ ) (i.e., cada vértice tem um rótulo diferente dos demais), de quantas maneiras ela pode ser particionada para produzir uma floresta com 3 componentes conexos?

**Questão 4 - (1.0 ponto)** Desenhe a árvore correspondente ao código prefixar 7212572.

**Questão 5 - (1.0 ponto)** Determine o polinômio cromático do grafo abaixo.



- $A - B \quad \times$

- c) Um grafo simples pode ter "buclos sem saída" (pontes) e assim ele não será fortemente conexo.



- d) O Teorema de Kuratowski assegura que todo o grafo completo  $K_n$  com  $n \geq 5$  não é planar. Nesse caso temos  $K_n$  com  $n \geq 100$ .

- 9) Biclique é bipartido completo, então podemos ter um biclique com o conjunto independente A de 3 vértices e um conjunto independente B de 2 vértices. Assim biclique não será regular.

- h) Em um grafo planar o grau de sua face é igual ao grau do vértice correspondente no seu grafo dual.

Como todas as faces do grafo têm grau par, os vértices associados também têm. E como o grafo é conexo, tem-se que ele é Euleriano.

- 2)  $2^K$  vértices e  $K \cdot 2^{(K-1)}$  arestas

- 3) Árvore inicial fixa e rotulada então para criar 3 conjuntos conexos são removidos 2 arestas, resultando em  $C_m^2$  maneiras.

- 4)  $7212572 \rightarrow 7+2=9 \rightarrow 34689$

- ~~7212572~~
- ~~34685~~

- ~~212572~~
- ~~4685~~

- ~~12572~~
- ~~685~~

- ~~2572~~      ~~189~~

- ~~872~~
- ~~85~~

- ~~72~~
- ~~89~~

- ~~2~~
- ~~49~~

- 29

